इकाई 15

प्रतिचयन विधियाँ और प्रतिदर्श आकार का आकलन

इकाई की रूपरेखा

15.1 प्रस्तावना

15.2 प्रतिचयन

15.3 प्रतिचयन विधियों का वर्गीकरण

15.4 प्रतिदर्श आमाप

15.5 निष्कर्ष

15.6 कुछ उपयोगी पुस्तकें

अध्ययन के उद्देश्य

यह आशा की जाती है कि इकाई 15 पढ़ लेने के बाद आपके लिए संभव होगा:

- प्रतिचयन परिभाषित करना;
- प्रचियन विधियों का वर्गीकरण करना; तथा
- प्रतिदर्श आमाप परिकलित करना।

15.1 प्रस्तावना

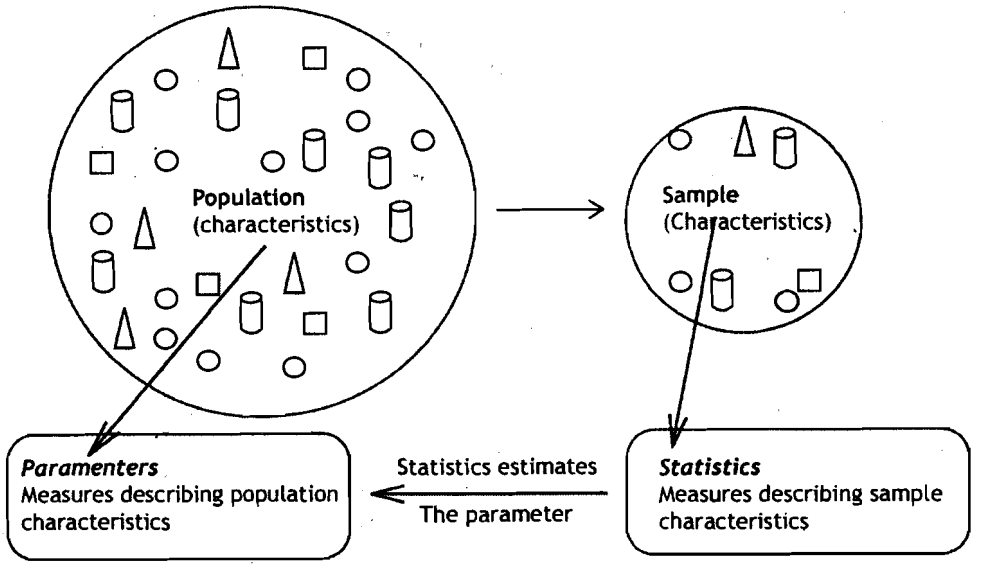
इकाई 15 में प्रतिचयन विधि के बारे में बताया गया है जो कि आपके अनुसंधान में ली गई समष्टि के एक उप-समुच्चय तक पहुँचने में सहायक होता है। इसमें प्रतिचयन की विभिन्न विधियों पर चर्चा की गई हैं और यह बताया गया है कि किस प्रकार प्रतिदर्श आमाप प्राप्त किया जाता है। खंड 6 में प्रतिचयन के बारे में पुनः अध्ययन होगा। यह एक ऐसा विषय है जिस पर महारथ हासिल करना आवश्यक होता है, चाहे आपका शोध किसी प्रकार का भी क्यों न हो। प्रत्येक स्थिति में आपको प्रतिचयन की क्रियाविधि से संबंधित अपने कौशल को अवश्य लागू करना होता है।

15.2 प्रतिचयन

प्रतिदर्श (sample) उस समष्टि (population) का एक उप समुच्चय (subset) होता है जो पूरे वर्ग को निरूपित करता है। जब समष्टि इतनी वृहत् होती है कि अनुसंधानकर्त्ता को लागत, रोजगार में लगाए गए कार्मिकों की संख्या, या समय व्यवरोध के कारण इस समष्टि के सभी सदस्यों का सर्वेक्षण करना संभव नहीं होता है तो इस समष्टि से सावधानी के साथ एक ऐसा लघु प्रतिदर्श लिया जाता है जो कि पूरी समष्टि को निरूपित करता है (देखिए चित्र 15.1)। चित्र 15.1 में लिया गया प्रतिदर्श समष्टि के अभिलक्षणों को अवश्य प्रतिबिंबित करेगा।

अच्छी तरक से चुने गए प्रतिदर्श से उत्तम परिणाम प्राप्त हो सकते हैं। उदाहरण के लिए, एक अनुसंधान में, जहाँ सुप्रशिक्षित साक्षात्कर्ताओं की आवश्यकता है, यह संभव है कि पूरी समष्टि का शोध करने के संबंध में प्रतिदर्श प्राप्त करने के लिए अनेक प्रशिक्षित साक्षात्कर्ताओं के स्थान पर कुछ ही प्रशिक्षित साक्षात्कर्ताओं को काम पर लगाया जाए। प्रशिक्षित साक्षात्कर्ताओं के लिए अप्रशिक्षित या कम प्रशिक्षित साक्षात्कर्ताओं की अपेक्षा अधिक उत्तम सूचनाएं एकत्रित करना संभव है। इसके विपरीत यदि समष्टि काफी लघु हो, तो ऐसी स्थिति में पूरी समष्टि पर अध्ययन करना चाहिए। जब समष्टि के प्रत्येक सदस्य

से संबंधित सामग्री एकत्रित किए गए हों, तो ऐसे अध्ययन को जनगणना अध्ययन कहा जाता है। शोधकार से यह आशा की जाती है कि वह लक्ष्य समष्टि को स्पष्ट रूप से परिभाषित करे।



चित्र 15.1: समष्टि, प्राचल, प्रतिदर्श और प्रतिदर्शन में संबंध

समष्टि सर्वनिष्ठ विशेषक या विशेषकों वाले व्यष्टियों का एक समुच्चय होती है। इससे संबंधित दो महत्वूपर्ण कारक होते हैं; पहला कारक यह है कि समष्टि एक पूर्ण समूह होती है जिसके बारे में जानकारी प्राप्त करनी होती है; और दूसरा कारक यह है कि प्रत्येक व्यष्टि के कुछ विशिष्ट गुण वाले होते हैं।

आइए अब हम सोचें और करें 15.1 पूरा करें।

सोचें और करें 15.1

अपने अनुसंधान परियोजना की इकाई की समष्टि के अभिलक्षणों को प्रतिबिंबित करने के लिए समष्टि, प्राचल, प्रतिदर्श और प्रतिदर्शज के बीच संबंध स्थापित करें।

15.3 प्रतिचयन विधियों का वर्गीकरण (Classification of Sampling Methods)

प्रतिचयन विधियों को प्रायिकता या अप्रायिकता में वर्गीकृत में वर्गीकृत किया जाता है। यदि अनुसंधान का उद्देश्य पूर्णरूप से समष्टि को प्रभावित करने वाले निष्कर्ष निकालना हो या प्रायुक्तियाँ करनी हों (जैसा कि प्रायः अधिकांश शोधों में होता है) तो ऐसी स्थिति में प्रायिकता प्रतिचयन का प्रयोग करना चाहिए। परन्तु, यदि कोई व्यक्ति केवल यह जानना चाहता हो कि दृष्टांत या व्याख्या देने के लिए एक लघु वर्ग या प्रतिनिधि वर्ग कार्य कर रहा है; तो ऐसी स्थिति में अप्रायिकता प्रतिचयन का प्रयोग किया जा सकता है।

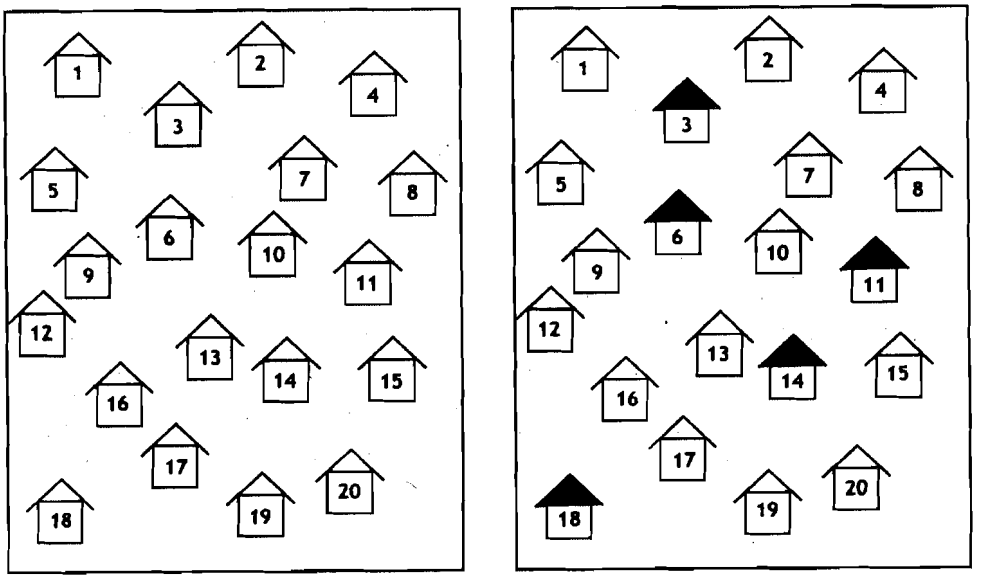
आइए पहले हम प्रायिकता प्रतिचयन पर चर्चा करें।

क) प्रायिकता प्रतिचयन (probability sampling)

प्रायिकता प्रतिदर्शों में समष्टि के प्रत्येक सदस्य के चुने जाने की एक ज्ञात शून्यता प्रायिकता होती है। सभी प्रायिकतात्मक प्रतिचयन उपगमत का मुख्य बिन्दु यादृच्छिक चयन (random selection) है। प्रायिकता प्रतिचयन का लाभ यह है कि इसमें प्रतिचयन त्रुटि परिकलित की जा सकती है जो वह मात्रा है जिसतक प्रतिदर्श समष्टि से भिन्न हो सकता है। प्रायिकता विधियों के अंतर्गत यादृच्छिक प्रतिचयन (random sampling),

क्रमबद्ध प्रतिचयन (systematic sampling), और स्तरित प्रतिचयन (stratified sampling) आते हैं। अब हमें इनमें से प्रत्येक प्रतिचयन पर चर्चा करनी है।

क) **यादृच्छिक प्रतिचयन (random sampling)** प्रायिकता प्रतिचयन का शुद्धतम रूप है। इसमें समष्टि के प्रत्येक सदस्य के चुने जाने का समान और ज्ञात संयोग (chance) होता है। यादृच्छिक प्रतिदर्श के लिए यह आवश्यक है कि समष्टि के प्रत्येक मद को अभिज्ञापित कर लिया जाए। यादृच्छिक प्रतिचयन एक स्पष्ट परिभाषित समष्टि में अर्थात् अपेक्षाकृत लघु और स्वतःपूर्ण समष्टि में प्रभावी होता है। जब समष्टि वृहत् होती है तो प्रायः इसके प्रत्येक सदस्य को पहचानना कठिन अथवा असंभव होता है। अतः ऐसी स्थिति में उपलब्ध व्यष्टियों का समुच्चयन अभिनत (biased) हो जाता है। इसके लिए सभी निवासियों की सूची, मतदाताओं की सूची या टेलीफोन निर्देशिका लेकर यादृच्छिक संख्या सारणी से संख्याओं का एक अनुक्रम के अनुसार एक प्रतिदर्श का चयन किया जाता है। अनेक कंप्यूटर साफ्टवेयरों में यादृच्छिक संख्याएं जनित की जा सकती हैं। चित्र 15.2 देखिए जिसमें यादृच्छिक संख्या सारणी की सहायता से प्रतिदर्श का चयन दर्शाया गया है।



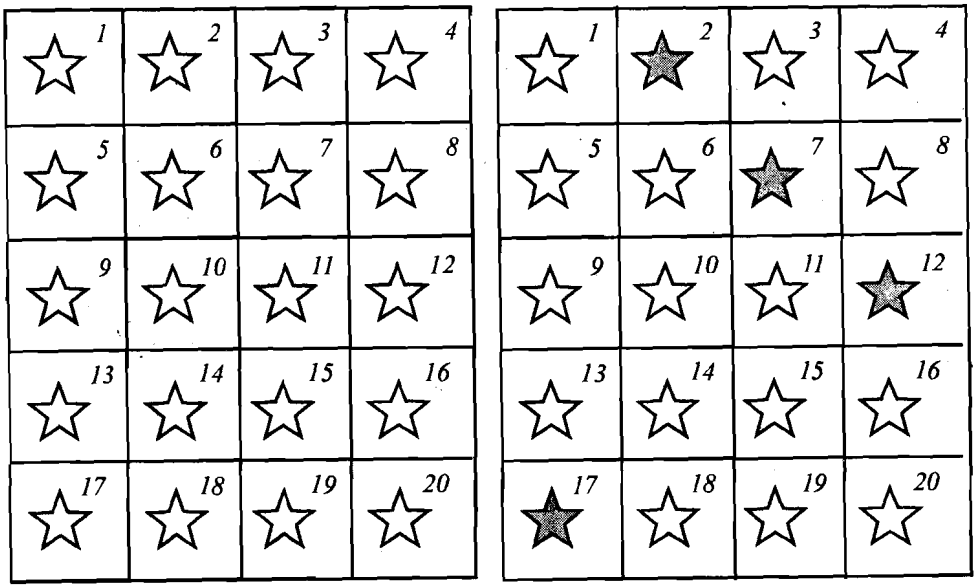
समष्टि

समष्टि यादृच्छिक संख्या सारणी की सहायता से (गाढ़े रंग में) लिया गया सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श

चित्र 15.2: यादृच्छिक संख्या सारणी की सहायता से (गाढ़े रंग में) लिया गया सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श

स्रोतः फिशर, आर.ए. और एफ. येट्स 1982. सांख्यिकीय सारणी लांगमैनः न्यूयार्क

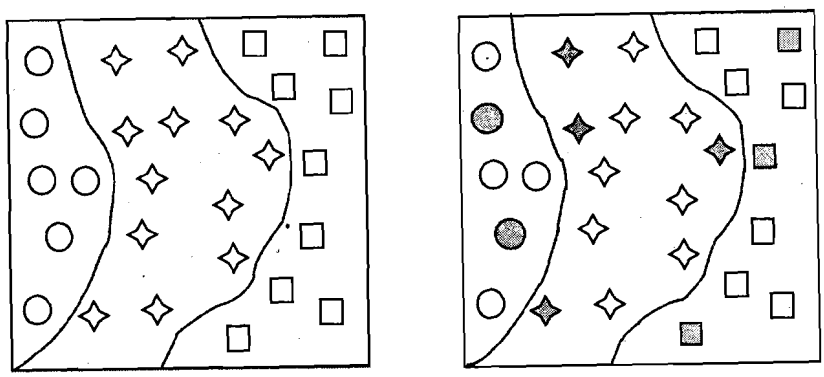
ख) **क्रमबद्ध प्रतिचयन (systematic sampling),** को "Nवाँ- नाम चयन" तकनीक भी कहा जाता है। अपेक्षित प्रतिदर्श आमाप परिकलित कर लेने के बाद समष्टि सदस्यों की सूची से प्रत्येक Nवाँ रेकार्ड चुन लिया जाता है। यदि सूची में कोई गुप्त क्रम न हो, तो यह प्रतिचयन विधि उतनी ही उत्तम होती है जितनी कि यादृच्छिक प्रतिचयन विधि। यादृच्छिक प्रतिचयन तकनीक की तुलना में इस विधि का केवल एक लाभ इसकी सरलता है। प्रायः क्रमबद्ध प्रतिचयन का प्रयोग कम्प्यूटर फाइल से निर्दिष्ट संख्या में रिकॉर्ड्स का चयन करने में किया जाता है। चित्र 15.3 में आप क्रमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन विधि का प्रदर्शन देखें। यादृच्छिक संख्या से पहली संख्या (2) का चयन किया गया है। इसके बाद श्रेणी के प्रत्येक 5वें मद का चयन किया जाता है।



समष्टि कमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन (गाढ़ा रंग)

चित्र 15.3: कमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन विधि

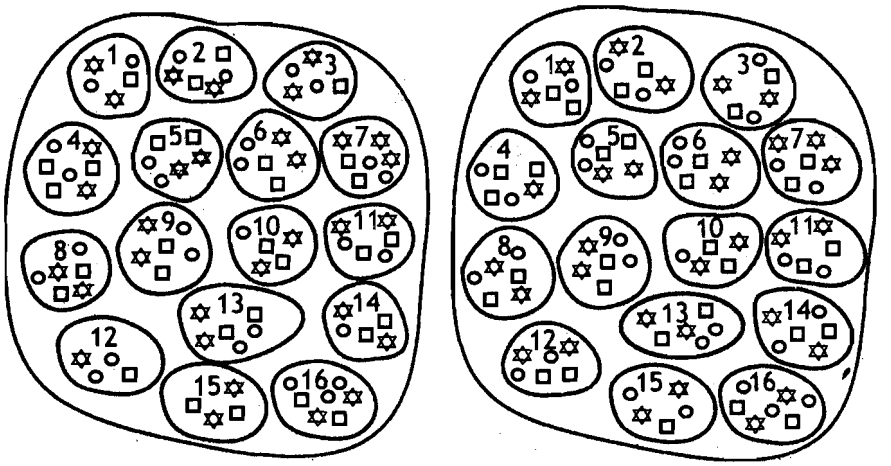
ग) **स्तरित प्रतिचयन (stratified sampling)** एक सामान्य प्रायिकता विधि है जो कि यादृच्छिक प्रतिचयन की तुलना में उत्तम है, क्योंकि यह प्रतिचयन त्रुटि को कम कर देता है। इसमें स्तर समष्टि का एक उपसमुच्चय होता है जिसमें कम से कम एक सर्वनिष्ठ अभिलक्षण अवश्य होता है। स्तर के उदाहरण पुरुष और महिलाएँ या प्रबंधक और ग़ैर-प्रबंधक हो सकते हैं। सबसे पहले शोधकार द्वारा प्रासंगिक स्तर और समष्टि में उनके वास्तविक प्रतिनिधित्व को पहचाना जाता है। तब यादृच्छिक प्रतिचयन का प्रयोग प्रत्येक स्तर से पर्याप्त संख्या में व्यष्टियों का चयन करने में किया जाता है। 'पर्याप्त' का प्रयोग उस प्रतिदर्श आमाप के लिए किया जाता है जो शोधकार के लिए इतना वृहत् होता है कि उसे विश्वास हो जाता है कि यह स्तर समष्टि को निरूपित करता है। स्तरित प्रतिचयन सबसे अधिक सफल तब होता है जबकि (i) प्रत्येक स्तर का प्रसरणांतर्गत समष्टि के समग्र प्रसरण से कम होता है; (ii) जबकि समष्टि के स्तर असमान माप के या असमान आनुषंगिक होते हैं; और (iii) जबकि स्तर प्रतिचयन सस्ता होता है। चित्र 15.4 में स्तरित यादृच्छिक प्रतिचयन विधि दिखाई गई है। तीन स्तरों से उनकी संख्याओं के अनुपात में प्रतिदर्श लिए गए हैं।



समष्टि **स्तरित यादृच्छिक प्रतिदर्श (गाढ़ा रंग)**

चित्र 15.4: स्तरित यादृच्छिक प्रतिचयन विधि

घ) **गुच्छ यादृच्छिक प्रतिचयन (cluster random sampling)** तब उपयोगी होता है जबकि समष्टि एक व्यापक भौगोलिक प्रदेश में प्रकीर्णित होती है। इस विधि में समष्टि को गुच्छों में विभाजित किया जाता है और इसके बाद गुच्छों को यदृच्छया (at random) चुन लिया जाता है। इसके बाद या तो चुने गए गुच्छों के सभी सदस्यों का अध्ययन किया जाता है या इन प्रतिदर्शित गुच्छों के यादृच्छिक (सरल या कमबद्ध) प्रतिदर्श पुनः लीजिए। यदि बाद वाली पद्धति का अनुसरण किया जाए तो इस प्रतिचयन को बहुचरणी प्रतिचयन (multistage sampling) कहा जाता है। उदाहरण के रूप में, यह विधि जनजाति समूह या बिखरे हुए समुदाय के अध्ययन में काफी प्रभावी हो सकती है। गाँवों को गुच्छ माना जा सकता है और इन्हें यदृच्छया चुना जा सकता है। चित्र 15.5 में यादृच्छिक संख्या से 14 खंडों में से पाँच खंडों (2,7,10,14) को चुना गया है। प्रत्येक खंड में अनेक प्रतिदर्श हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



समष्टि　　　　लिया गया गुच्छ प्रतिदर्श (गाढ़ा रंग)

चित्र 15.5: गुच्छ यादृच्छिक प्रतिचयन विधि

> **सोचें और करें 15.2**
>
> पाठ में दिए गए चित्रों का अनुसरण करते हुए निम्नलिखित दर्शाने के R&A 13.1 & 13.2 का अभिकलन करते समय अपने द्वारा चुनी गई शोध परियोजना से संबंधित समष्टि पर आधारित चित्र बनाइए:
>
> i) यादृच्छिक संख्या सारणी की सहायता से गाढ़े रंग में लिया गया समष्टि सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श
>
> ii) क्रमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन विधि
>
> iii) स्तरित यादृच्छिक प्रतिचयन विधि
>
> iv) गुच्छ यादृच्छिक प्रतिचयन विधि

ख) **अ-प्रायिकता प्रतिचयन (Non-probability sampling)** अ-प्रायिकता प्रतिचयन में किसी अ-यादृच्छिक विधि से समष्टि से सदस्यों का चयन किया जाता है। इस विधि में समष्टि से प्रतिदर्श के अंतर की श्रेणी अज्ञात बनी रहती है। अप्रायिकता विधियों के अंतर्गत [illegible]नुसार प्रतिचयन (Convenience sampling), स्वनिर्णय प्रतिचयन (jud[illegible]pling), नियत मात्रात्मक प्रतिचयन (Quota sampling) और स्नोबॉल प्र[illegible]ow ball sampling) आते हैं। आइए हम प्रत्येक अप्रायिकता प्रतिचयन विधियों प[illegible]ा करें।

क) **सुविधानुसार प्रतिचयन (convenience sampling),** का प्रयोग संर्वषणात्मक शोध में किया जाता है जहाँ शोधकार को तथ्य का सस्ता सन्निकटन प्राप्त करना हो। जैसा कि इस विधि के नाम से पता चलता है। इसमें प्रतिदर्श का चयन इसलिए किया जाता है क्योंकि यह सुविधाजनक होता है। इसे अव्यवस्थित या आकस्मिक भी कहा जाता है, क्योंकि यह विधि उन लोगों पर लागू होती है जो टहलते हुए अचानक मिल जायें या उन लोगों पर लागू होती हैं जिसकी शोध में विशेष रुचि हो। स्वयंसेवकों का उपयोग सुविधानुसार प्रतिचयन का एक उदाहरण है। इस विधि का प्रयोग परिणामों का सकल आकलन प्राप्त करने के लिए प्राथमिक अनुसंधान प्रयासों के दौरान किया जाता है। इस विधि से यादृच्छिक प्रतिदर्श का चयन करने में कोई खर्च या समय व्यर्थ नहीं जाता।

ख) **स्वनिर्णय प्रतिचयन (judgement sampling),** एक सामान्य अ-प्रायिकता विधि है। शोधकार द्वारा स्वनिर्णय के आधार पर प्रतिदर्श का चयन किया जाता है। यह प्रायः सुविधानुसार प्रतिचयन का ही एक विस्तृत रूप है। उदाहरण के लिए शोधकार द्वारा एक ही 'प्रतिनिधि' गाँव से पूरा प्रतिदर्श प्राप्त करने का निर्णय लिया जा सकता है, जबकि जनसंख्या अनेक गाँवों में बँटी हो सकती है। इस विधि को लागू करते समय शोधकार को यह अनुभव होता है कि चयन किया गया प्रतिदर्श पूरी जनसंख्या का प्रतिनिधित्व कर रहा है।

ग) **सोद्देश्य प्रतिचयन (purposive sampling),** यह स्वनिर्णय प्रतिचयन से काफी मिलता-जुलता है। इसे वहाँ लागू किया जाता है जहां शोधकार द्वारा उन लोगों के वर्ग को अपना लक्ष्य बनाया जाता है जो प्रतिरूपी या औसत हैं या वह वर्ग है जो कुछ विशेष उद्देश्य के लिए लिया जाता है। इस प्रतिचयन में शोधकार को कभी भी यह पता नहीं होता कि लिया गया प्रतिदर्श समष्टि का प्रतिनिधित्व करता है या नहीं। यह विधि अधिकांशतः अन्वेषी शोध तक ही सीमित होती है।

घ) **नियत मात्रात्मक प्रतिचयन (Quota sampling),** स्तरित प्रतिचयन का एक अप्रायिकता पर्याय है। स्तरित प्रतिचयन की भांति शोधकर्ता द्वारा पहले समष्टि में स्तरों और उनके अनुपात को पहचाना जाता है और तब प्रत्येक स्तर से अपेक्षित संख्या में व्यष्टियों का चयन करने के लिए सुविधाजनक या निर्णय प्रतिचयन को लागू किया जाता है। शोधकार द्वारा अव्यस्तित अथवा आकस्मिक प्रतिचयन का सहारा तब लिया जाता है जब उसने उन लोगों के साथ कोई संपर्क बनाने का प्रयास नहीं किया जिनके पास पहुंचना कठिन होता है। इस प्रतिचयन में और स्तरित प्रतिचयन में, जहां स्तरों को यादृच्छिक प्रतिचयन से भरे होते हैं, यही अंतर है।

ड़) **स्नोबॉल प्रतिचयन (Snowball sampling),** एक विशेष प्रकार की अप्रायिकता विधि है जिसका प्रयोग तब किया जाता है जबकि अपेक्षित प्रतिदर्श का अभिलक्षण विरल होता है। इन स्थितियों में प्रत्यर्थियों का पता लगाना या तो काफी कठिन होता है या काफी खर्चीला होता है। अतिरिक्त व्यष्टियों को जनित करने के लिए प्रारंभिक व्यष्टियों के परामर्शियों पर आधारित होता है। दूसरे शब्दों में, स्नोबॉल प्रतिचयन में प्रत्यर्थियों की पहचान करनी होती है जो कि अनुसंधानों को अन्य प्रत्यर्थियों के पास भेजते हैं। यह तकनीक सापेक्षतः अदृश्य और समाज के दुर्बल वर्ग तक पहुंचने का एक साधन है। यद्यपि इस तकनीक को लागू करने पर अनुसंधान में होने वाले खर्च में काफी कमी आ जाती है परन्तु इस तकनीक का झुकाव एक ओर हो जाता है, जिससे तकनीक स्वयं संभाव्यता को कम कर देती है क्योंकि ऐसी स्थिति में प्रतिदर्श समष्टि के एक उत्तम वर्गगत (cross section) को निरूपित करता है। उदाहरण के

लिए, शोधकार को एक व्यक्ति में विरल आनुवंशिक विशेषक (genetic trail) मिलता है और तब उस व्यक्ति के रोग की उत्पति, वंशागति और हेतुविज्ञान (etiology) को समझने के लिए उसकी वंशावली का पता लगाना प्रारंभ कर दिया जाता है। संभवतः आपने यह अवश्य सुना होगा कि केवल मात्रात्मक शोधों के लिए ही प्रतिचयन की आवश्यकता होती है। परन्तु, वास्तविकता यह है कि गुणात्मक शोधों में प्रतिचयन कियाविधि का प्रयोग होता है (देखिए कोष्ठक 15.1)

कोष्ठक 15.1: गुणात्मक शोध में प्रतिचयन का प्रयोग

जैसा कि बर्जर (1989) और सारंतकोस ने बताया है कि गुणात्मक शोधों में प्रायः प्रतिचयन कियाविधि का प्रयोग इस प्रकार किया जाता है:

i) प्रतिचयन सापेक्षतः लघु होता है जिसमें प्रतिरूपी स्थितियों का अध्ययन किया जाता है।

ii) नम्य आमाप वाले प्रतिदर्श का प्रयोग जिसमें सांख्यिकीय परिकलन करने की आवश्यकता नहीं होती।

iii) अप्रायिकता से संबंधित सोद्देश्य प्रतिचयन का प्रयोग।

iv) प्रतिनिधित्व की अपेक्षा उपयोगिता प्राप्त करने के लिए प्रतिचयन का प्रयोग।

v) प्रतिचयन तब होता है जबकि अनुसंधान कार्य किया जा रहा होता है न कि इसे प्रारंभ करने से पहले एक प्रतिदर्श का चयन करना।

अब हमने प्रतिदर्श आमाप का परिकलन करने की विधि पर चर्चा की है।

15.4 प्रतिदर्श आमाप (Sample Size)

एक विशेष सर्वेक्षण के लिए प्रतिदर्श आमाप का चयन करते समय अनेक बातों पर ध्यान देना होता है जैसे जनशक्ति का संसाधन, प्रति प्रतिदर्श इकाई की लागत और उपलब्ध निधि, आकलित किए जाने वाले प्राचलों की संख्या और प्रकार। स्पष्ट है कि यह विशिष्ट बातें अलग-अलग सर्वेक्षण में अलग-अलग होगी। परन्तु, सभी में एक ढांचा तैयार किया जा सकता है जिसके अंतर्गत प्रतिदर्श आमाप के सापेक्ष व्यापक और व्यवहार्य निर्णय लिए जा सकते हैं। प्रतिदर्श आमाप के उत्तम आकलन प्राप्त करने में प्रतिचयन सिद्धांत सहायक होता है। यहां भी मानक त्रुटि से मुख्य तथ्य का पता चल जाता है।

समष्टि के आमाप के अतिरिक्त प्रतिदर्श आमाप निम्नलिखित प्रतिबंधों पर निर्भर कर सकता है:

i) आकलन के लिए स्थापित विश्वस्यता सीमा (confidence limit)

ii) समष्टि की विषमांगता (heterogeneity)

iii) बारंबारता/विशेषक का अनुपात/गुण की जाँच

शोध किए जा रहे प्राचल या उद्देश्य के अनुसार प्रतिदर्श आमाप का आकलन अलग-अलग होता है। उदाहरण के लिए, प्रतिदर्श आमाप का आकलन माध्य या अनुपात का परिकलन करने या माध्यों की तुलना करने के लिए जा रहा हो। उदाहरण के रूप में आइए हम कोष्ठक 15.2 और कोष्ठक 15.3 में दो स्थितियों अर्थात् एक प्रसामान्यतः बंटित चर के माध्य का आकलन और अनुपात का आकलन लें। इन स्थितियों में दो कल्पनाएँ की गई हैं – पहली यह कि प्रतिचयन सरल यादृच्छिक और प्रतिस्थापन रहित (without replacement) है और दूसरी यह कि प्रतिचयित समष्टि अनंततः वृहत् है।

कोष्ठक 15.2: स्थिति एक

माध्य का आकलन करने में प्रतिदर्श आमाप

हमें मालुम है कि माध्य की मानक त्रुटि निम्नलिखित सूत्र से परिकलित की जा सकती है

$$SE_X = \delta/vn \quad \text{.....1}$$

जहाँ SE_X माध्य की मानक त्रुटि है, δ मानक विचलन है और n प्रतिदर्श आमाप है। इस तरह समीकरण 1 से व्युत्पन्न निम्नलिखित समीकरण का प्रयोग करके प्रतिदर्श आमाप परिकलित किया जा सकता है।

$$n = (\delta/SE_X)^2 \quad \text{..... 2}$$

प्रतिदर्श आमाप का परिकलन निम्नलिखित चरणों में किया जा सकता है।

चरण 1: इसमें समष्टि के मानक विचलन की आवश्यकता होती है जो अज्ञात होता है। फिर भी प्रतिदर्श आमाप का स्थूल रूप के लिए इस माप का एक स्थूल आकलन पर्याप्त होता है।

क) अनेक स्थितियों में इसी प्रकार की समस्याओं से प्राप्त हुआ अनुभव मानक विचलन का यह आकलन प्राप्त करने में मार्गदर्शक का काम करता है।

ख) अन्य स्थितियों में, छोटे पैमाने पर अन्वेषी प्रतिदर्श का अध्ययन 6 का एक आकलन प्राप्त करने के लिए किया जा सकता है।

ग) समष्टि के मानक विचलन का आकलन करने के लिए समष्टि के मान परिसर आकलित किया जा सकता है और एक मार्गदर्शक के रूप में इसका प्रयोग किया जा सकता है। हम जानते हैं कि सामान्य बंटन में परिसर मानक विचलन से लगभग छः गुना होता है। व्यावहारिक रूप में प्रायः आकलित परिसर के लगभग एक-पांचवें आकलन का प्रयोग किया जाता है।

मान लीजिए परिसर लगभग 300 हैं; अर्थात् समष्टि में इसके न्यूनतम मान और अधिकतम मान के बीच का अंतर 300 है। इस स्थूल आकलन का एक-पांचवा भाग 60 है। अतः 60 को 6 का स्थूल आकलन माना जा सकता है।

चरण 2: यह निर्णय अवश्य ले लेना चाहिए कि भावी प्रतिचयन आकलन को आपको कितना परिशुद्ध रखना है। इस तरह यह कहा जा सकता है कि वास्तविक माध्य का आकलन पर्याप्ततः परिशुद्ध तब होता है जबकि इसके साथ 12 की विश्वस्तता-सीमाएँ जोड़ दिया जाता है। इस प्रकार का उत्तर इस विशेष समस्या के लिए व्यावहारिक हो सकता है।

चरण 3: इस चरण में शोधकर्ता को विश्वस्तता सीमा के बारे में निर्णय लेना होता है। उसे 95% की विश्वस्तता मात्रा के साथ इस बात के लिए लगभग निश्चितता या संतुष्टि हो सकती है कि निर्दिष्ट सीमाएँ वास्तविक माध्य को आविष्ट कर लेंगी। निर्णय ली गई विश्वस्तता मात्रा से चरण 2 में उल्लेखित अंतराल को मानक त्रुटि में रूपांतरित करना संभव हो जाता है। यदि व्यवहारिक रूप में कोई यह निश्चित कर लेता है कि प्रतिदर्श माध्य के प्रति वास्तविक माध्य ± 12 के अंतराल में स्थित होगा, तब ± 12 का अंतराल ± 3SE हो जाता है। अतः $SE_X = 4$ इसके विपरीत यदि कोई 95% की विश्वस्तता मात्रा पर स्थिर होना चाहता है, तो ± 12, ± $2SE_X$ हो जाता है और $SE_X = 6$

समीकरण 2 को लागू करने पर ऊपर दिए गए उदाहरण का प्रतिदर्श आमाप यह होगा

1) **स्थिति 1**

व्यावहारिक निश्चितता के स्तर पर:

प्रतिदर्श आमाप (n) = $(60/4)^2$ =152 = 225

2) **स्थिति 2**

95% की विश्वस्तता सीमा के स्तर पर:

प्रतिदर्श आमाप (n) = (60/6)2 =102 = 100

(स्थिति 1 में $SE_X = 4$, जबकि स्थिति 2 में $SE_X = 6$)

इस तरह, ऊपर के उदाहरण में, यदि कोई व्यक्ति माध्य के अंतराल में स्थित होगा, तो प्रतिदर्श आमाप लगभग 225 के आस-पास होगा; परन्तु, यदि कोई 95% की विश्वस्तता मात्रा पर इस बात के लिए स्थिर हो जाये कि वास्तविक माध्य ±12 के अंतराल में स्थित होगा तो प्रतिदर्श में केवल 100 मदों को आविष्ट होने की आवश्यकता होती है।

कभी-कभी प्रतिदर्श और इसके वास्तविक माध्य के बीच के स्वीकार्य अंतर को निरपेक्ष रूप में न व्यक्त करके प्रतिशत (मान लीजिए 3%) में व्यक्ति किया जाता है (उदाहरण के लिए, ऊपर के उदाहरण के चरण 2 में ± 12) मान लीजिए प्रत्याशित माध्य (expected mean) लगभग 500 है, तब स्वीकार्य अंतराल ± 15 होगा। परन्तु इसके लिए प्रत्याशित माध्य के सन्निकट ज्ञान का होना आवश्यक हो जाता है।

कोष्ठक 15.3: स्थिति 2

प्रतिदर्श आमाप जब समानुपात का प्रतिचयन करना हो

एक समष्टि में कुछ विशेष गुण वाले व्यक्तियों जैसे ऐसे व्यक्ति जिनके पास खेती के लिए ट्रैक्टर है, के अनुपात का आकलन करना है। यह अनुपात, जो शोधकार को परिशुद्ध रूप में नहीं मालुम है, कम से कम परिमाण कोटि के रूप में उसे मालूम है: अर्थात् प्रायः उसे यह पता है कि ट्रैक्टर का स्वामी होना काफी विरल है (मान लीजिए कि 1000 व्यक्तियों में 3 से भी कम व्यक्ति ट्रैक्टर के स्वामी हैं) यह सामान्य होता है (अर्थात् 10 में 3 से लेकर 100 में 3 व्यक्ति तक), या बहुत सामान्य होता है (10 में 3 व्यक्ति ट्रैक्टर के स्वामी हैं। यदि ट्रैक्टरों का स्वामी होना 100 में 3 की तुलना में बहुत सामान्य न हो, तो साधारण यादृच्छिक प्रतिचयन निरंतर अदक्ष होगा और तब विरल घटनाओं के आकलन के लिए उपयुक्त अन्य प्रतिचयन विधियों का प्रयोग करना होता है। यादृच्छिक प्रतिचयन की तुलना करना इस बात की कल्पना करना है कि शोधकार की रुचि केवल उन गुणों पर केन्द्रित होती है जिनकी बारंबारताएँ कम से कम 100 में 3 हो। इन सीमाओं से यह स्पष्ट होता है कि यदि समष्टि अनुपात का ठीक-ठीक ज्ञान हो, तो पूरी समष्टि की जांच करनी चाहिए। परन्तु यह व्यावहारिक नहीं है और सामान्यतः अनावश्यक भी है, क्योंकि शोधकार को प्रायः यथार्तता की मात्रा अपेक्षित नहीं होती। उसकी अपेक्षताएं उस प्रयोग से संबंधित होती हैं जिसमें आकलन (या आकलनों) का प्रयोग होता है और इस तरह अलग-अलग शोधकारों के लिए आकलन अलग-अलग होता है और अनुपात भी अलग-अलग होता है।

हमें मालूम है कि एक समानुपात की मानक त्रुटि निम्नलिखित सूत्र से परिकलित की जा सकती है।

$SE_p = v\,(PQ/n)$ 3

$SE_p^2 = PQ/n$ 4

जहाँ SE_P समानुपात की मानक त्रुटि है, P एक समष्टि में एक गुण का समानुपात है और $Q = I - P$ और n प्रतिदर्श-आमाप है। इस तरह, समीकरण 4 से व्युत्पन्न निम्नलिखित समीकरण का प्रयोग करके प्रतिदर्श आमाप परिकलित किया जा सकता है।

$n = PQ/SE_p^2$ 5

प्रतिदर्श आमाप को निम्नलिखित चरणों में परिकलित किया जा सकता है:

चरण 1: इसके लिए P के आकलन की आवश्यकता होती है और इससे Q का $(Q = I - P)$ परिकलित हो जाता है जो एक अज्ञात राशि है। फिर भी प्रतिदर्श आमाप ज्ञात करने के लिए इस माप का एक स्थूल आकलन पर्याप्त होता है।

1) अधिकांश स्थितियों में इसी प्रकार की समस्याओं से प्राप्त अनुभव समानुपात का आकलन प्राप्त करने में एक उत्तम मार्गदर्शक का काम करता है।

2) अन्य स्थितियों में समानुपात का एक आकलन प्राप्त करने के लिए छोटे पैमाने पर एक अन्वेषी प्रतिदर्श का अध्ययन किया जा सकता है।

फिर भी, यदि इन दोनों उपगमनों में से कोई भी उपगमन संभव न हो, तो यह कल्पना की जा सकती है कि P= 50% जो कि P के अन्य किसी मान की तुलना में एक वृहत् प्रतिदर्श-आमाप होता है। ऐसा इसलिए है क्योंकि 50% - 50% के ब्यौरे में समीकरण के सूत्र में अंश (PQ) $(n=PQ/SE_p^2)$ वृहत्तम होता है। फिर भी नीचे दिए गए उदाहरण में आइए हम P = 30% या 0.3 लें।

चरण 2: इस बात का निर्णय अवश्य ले लेना चाहिए कि प्रतिचयन आकलन को कितना परिशुद्ध लेना है। इस स्थिति में अन्वेषक शोधकार के लिए एक प्रतिदर्श समानुपात के प्रति ± 6% को अंतराल लेना संभव है।

चरण 3: इस चरण में शोधकर्ता को विश्वस्तता सीमा के संबंध में निर्णय लेना होता है। उसे 95% की विश्वस्तता मात्रा पर इस बात से निश्चितता अथवा संतुष्टि हो सकती है कि निर्दिष्ट सीमाओं के अंतर्गत वास्तविक माध्य होगा। पहली स्थिति में ± 6%; $\pm 3SE_p$ के बराबर होगा और फलस्वरूप $SE_p = \pm 2\%$ जबकि बाद वाली स्थिति में $SE_p = \pm 6\%$, $\pm 2SE_p$ के बराबर होगा और $SE_p = \pm 3\%$

समीकरण 4 का प्रयोग करने पर ऊपर के उदाहरण का प्रतिदर्श आमाप यह होगा

1) **स्थिति 1**

व्यावहारिक निश्चितता के स्तर पर

प्रतिदर्श-आमाप $(n) = (0.3 * 0.7)/(0.02)^2 = 0.21/0.0004 = 525$

2) **स्थिति 2**

95% की विश्वस्तता सीमा के स्तर पर

प्रतिदर्श-आमाप $(n) = (0.3* 0.7)/(0.03)^2 = 0.21/0.0009 = 233$

(P= 30% या 0.3; स्थिति 1 में $SE_p = .02$, जबकि स्थिति 2 में $SE_p = .03$)

प्रतिदर्श-आमाप का एक आकलन प्राप्त करने में सूत्र के प्रयोग से एक सन्निकट से अधिक कुछ और प्राप्त नहीं होता। अतः व्यवहार में यह उत्तम होता है कि प्रतिदर्श आमाप को न्यूनतम लिया जाए और उसमें सुरक्षा के लिए वृद्धि की जाए।

आइए अब हम सोचें और करें और 15.3 पूरा करें।

सोचे और करें 15.3

मान लीजिए माध्य का परिकलन करने के लिए आपकी इच्छा अपनी अनुसंधान परियोजना में प्रतिदर्श-आमाप का आकलन करने की है और आपकी यह कल्पना है कि प्रतिचयन सरल है और प्रतिदर्शित समष्टि अनंततः बृहत् है और आप पाठ में दी गई स्थिति एक में उल्लेख किए गए तीनों चरणों को लेने की स्थिति में हैं। आपके लिए एक प्रश्न यह है कि आप प्रत्येक चरण को विस्तार से हल करें और कोष्ठक 15.2 के ठीक बाद दिए गए फॉर्मूला के अनुसार उत्तर लिखें।

15.5 निष्कर्ष

इकाई 15 में प्रतिचयन जैसे महत्वपूर्ण विषय पर चर्चा की गई है और आपको प्रतिचयन की विभिन्न विधियों से संबंधित सूचनाएं उपलब्ध करायी गई हैं। साथ ही, इसमें प्रतिदर्श-आमाप का परिकलन करने के कौशल से आपको परिचित कराया गया है।

आपकी इच्छा माइकेल (1984:239) द्वारा सांख्यिकी के प्रतिचयन सिद्धांत के बारे में दिए गए इस कथन को ध्यान में रखने की हो सकती है कि "यह इस संभाविता का संख्यात्मक आकलन उपलब्ध कराता है कि समष्टि-मान प्रतिदर्श द्वारा स्थापित कुछ परिभाषित परिसर के अंतर्गत हो जबकि प्रतिदर्श का चयन इस प्रकार किया गया हो कि वह संबंधित प्रायिकताओं के अभिकलन की पुष्टि के लिए गणितीय प्रतिबंधों को संतुष्ट करता हो।"

आगे चलकर उसने सैद्धांतिक निर्वचन के लिए मात्रात्मक आंकड़ों का प्रयोग करते समय व्युत्पन्न हुए एक अन्य प्रकार की अनुमिति का स्पष्टीकरण दिया और बताया कि इस प्रतिबंधित अर्थ में एक 'प्रतिनिधि' प्रतिदर्श का चयन करने की व्यवस्था ने उस अंतर्निहित अन्य प्रकार की अनुमिति को अंतर्ग्रहीत कर लिया है जबकि एक सांख्यिकीय प्रतिदर्श में अनावरित साहचर्य से वैश्लेषिक कथन दिए गए हों। यह वह अनुमिति है जो कि प्रतिदर्श के अवधारणात्मकतः परिभाषित अवयवों का सैद्धांतिक संबंध मूल समष्टि पर भी लागू होगा। इस प्रकार की अनुमिति का आधार सैद्धांतिक तर्क की एक विधा है जो कि अवयवों को एक उत्तम विधि से जोड़ता है न कि प्रतिदर्श के सांख्यिकीय प्रतिनिधित्व से।

15.6 कुछ उपयोगी पुस्तकें

बर्गेस, आर.जी. (संस्करण) 1982. *फील्ड रिसर्चः ए सोर्सबुक एण्ड फील्ड मैनुअल* (समकालिक सामाजिक अनुसंधान 4). जार्ज एलेन और अनविनः लंदन (यादृच्छिक और अ-यादृच्छिक प्रतिचयन पर की गई चर्चा के लिए पृ. 76 से आगे अध्ययन कीजिए)

डेनिजन, एन.के. (संस्करण) 1970. *सोशियोलॉजिकल मैथड्सः ए सोर्सबुक बटरवर्थ्सः* लंदन (प्रतिचयन तकनीक संबंधी उपयोगी सूचना प्राप्त करने के लिए पृष्ठ 81 के आगे अध्ययन कीजिए)

सांख्यिकीय शब्दावली का हिंदी अनुवाद

अनुमिति	inference
आमाप	size
क्रमबद्ध	systematic
गुच्छ	cluster
गुण	attribute
गुणात्मक	qualitative
परिक्षेपण	dispersion
प्रतिचयन	sampling
प्रतिदर्श	sample
प्रसरण	variance
मात्रात्मक	quantitative
मानक त्रुटि	standard error
मानक विचलन	standard deviation
विश्वास्यता-सीमा	limit of confidence
समष्टि	population
समाश्रयण	regression
स्तरित	stratified